



PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

**OPCIÓN A**

1. (2,5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Sean  $A$  y  $B$  matrices  $2 \times 2$ . Determine dichas matrices sabiendo que verifican las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} A + 3B &= \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \\ 2A - B &= \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- b) (1 punto) Sean  $C$  y  $D$  las matrices:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Determine el determinante:  $|5(CD)^{-1}|$ , donde  $(CD)^{-1}$  es la matriz inversa de  $(CD)$ .

2. (2,5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Determine el valor o valores de  $m$ , si existen, para que la recta

$$r : \begin{cases} mx + y = 2 \\ x + mz = 3 \end{cases}$$

sea paralela al plano:

$$\pi : 2x - y - z + 6 = 0$$

- b) (1 punto) Determine la distancia del punto  $P = (2, 1, 1)$  a la recta  $r$  cuando  $m = 2$ .

3. (2,5 puntos) Considere la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{2x - 6}$$

- a) (1,25 puntos) Determine el dominio y las asíntotas, si existen, de esa función.  
b) (1,25 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos, si existen, de esa función.

4. (2,5 puntos)

- a) (1,25 puntos) La derivada de una función  $f(x)$  es:

$$(x - 1)^3(x - 3)$$

Determine la función  $f(x)$  sabiendo que  $f(0) = 1$ .

- b) (1,25 puntos) Determine el límite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^3 + 2x + 2}{x^3 + 1} \right)^{3x^2 + x + 1}$$

## **OPCIÓN B**

1. (2,5 puntos) Determine para qué valores de  $a$  el sistema que aparece a continuación es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.

$$\begin{aligned}ax - 3y + 6z &= 3 \\ax + 3y + az &= 6 \\-ax - 6y + 9z &= 0\end{aligned}$$

2. (2,5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Estudie la posición relativa de los planos:

$$\begin{aligned}\pi : x - y - z &= 0 \\ \pi' : \begin{cases} x = 3 + 2\lambda - \mu \\ y = 1 + \lambda + \mu \\ z = \mu \end{cases}\end{aligned}$$

- b) (1 punto) Determine la ecuación de la recta perpendicular a  $\pi$  que pasa por el punto  $P = (1, 0, 1)$ . Escriba la ecuación de la recta como intersección de dos planos.

3. (2,5 puntos)

- a) (1,25 puntos) Considere la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ 2x + a & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ -x^2 + 3x + b & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

Determine los valores de  $a$  y  $b$  para que la función sea continua.

- b) (1,25 puntos) Supongamos ahora que  $a = 0$ . Usando la definición de derivada, estudie la derivabilidad de  $f(x)$  en  $x = 2$ .

4. (2,5 puntos)

- a) (1,25 puntos) Dadas las funciones  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = -x^2 + 2$ , determine el área encerrada entre ambas funciones.

- b) (1,25 puntos) Calcule la integral:

$$\int_2^3 \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1} dx$$

Como norma general, se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia al error, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

### **OPCIÓN A**

#### **A. 1. (2,5 puntos)**

- a) (1,5 puntos) Los cálculos son sencillos para que se puedan determinar sin dificultad las matrices  $A$  y  $B$ .
- b) (1 punto) La calificación debe tener en cuenta los cálculos y propiedades usadas, si se hace referencia a alguna. No obstante, si no se usa ninguna propiedad y se realizan todos los cálculos directamente, no debe efectuarse ninguna penalización ya que ésta irá implícita en el consumo de tiempo necesario para efectuar todos los cálculos.

#### **A. 2. (2,5 puntos)**

- a) (1,5 puntos) La calificación debe tener en cuenta si se determinan todos los posibles valores de  $m$ .
- b) (1 punto) Distancia: 1 punto.

#### **A. 3. (2,5 puntos)**

- a) (1,25 puntos) Dominio: 0,25 puntos. Asíntotas: 1 punto; la calificación debe tener en cuenta que se analice la existencia de los tres tipos de asíntotas, aunque sea para decir que no existen.
- b) (1,25 puntos) Determinación de los intervalos de crecimiento y decrecimiento: 0,75 puntos. Análisis de máximos y mínimos relativos: 0,5 puntos.

#### **A. 4. (2,5 puntos)**

- a) (1,25 puntos) Los cálculos son suficientemente sencillos como para que no haya dificultad en determinar la función. Si no se determina la constante la calificación máxima será de 0,75 puntos.
- b) (1,25 puntos) Los pasos para el cálculo del límite deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta.

### **OPCIÓN B**

**B. 1. (2,5 puntos)** La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles y los razonamientos empleados para la clasificación del sistema.

#### **B. 2. (2,5 puntos)**

- a) (1,5 puntos) Determinación de que los planos se cortan: 1,5 puntos.

- b)** (1 punto) Si no se proporciona la recta como intersección de dos planos la calificación máxima será de 0,5 puntos.

**B. 3.** (2,5 puntos)

- a)** (1,25 puntos) La determinación de las constantes no ofrece especial dificultad y los pasos en la determinación de las mismas deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta.
- b)** (1,25 puntos) El uso de la definición de derivada a través de los límites debe estar claro.

**B. 4.** (2,5 puntos)

- a)** (1,25 puntos) Los pasos y razonamientos para el cálculo del área deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta.
- b)** (1,25 puntos) Los pasos y razonamientos para el cálculo de la integral deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta.